

Esercitazione in vista della gara della festa della Matematica. Lezione 3: geometria solida.

Regolamento Ogni squadra è formata da un minimo di 4 persone e da un massimo di 6. Un componente avrà la funzione di "capitano". La gara consiste nella risoluzione di un certo numero di problemi nel tempo assegnato (100 minuti). Ogni problema ha come risposta un intero compreso tra 0000 e 9999. Quando una squadra ritiene di aver risolto un certo problema, scrive il numero del quesito e la risposta (solo la risposta, non i passaggi che hanno portato a ricavarla). La risposta va indicata scrivendo unicamente le quattro cifre del numero (se sono meno di quattro cifre è indifferente mettere oppure no gli zeri iniziali), senza lasciare indicati eventuali prodotti, esponenti, ecc. (ad esempio se la risposta è 45 indicare 0045 oppure 45 e non  $5 \cdot 9$  o  $5 \cdot 3^2$  o  $32+13$ ). Quando non altrimenti indicato, se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ammette soluzioni, scrivere 0000, invece se il problema ne ammette più d'una, scrivere 9999 sull'applicazione web. Quando non altrimenti indicato, se la soluzione di un quesito non è un numero intero, scrivere la parte intera del risultato (ad esempio se la risposta è 13,78 scrivere 0013 oppure 13). Quando non altrimenti indicato, se la soluzione di un problema è un numero di più di quattro cifre, scriverne le prime quattro cifre da sinistra. Appena inviata la risposta ad un quesito, si potrà verificare sulla pagina web se la risposta data è corretta oppure no. Se la risposta è sbagliata, la squadra perde 10 punti, ma può tornare a pensare allo stesso problema fornendo poi successivamente un'altra risposta. Se la risposta è corretta, la squadra guadagna un numero di punti pari al valore del problema. Il punteggio di ogni problema è quello indicato sul testo e rimane costante per tutta la durata della gara. Se una squadra consegna due volte una risposta esatta allo stesso problema, guadagna una sola volta il punteggio. Se invece consegna più volte risposte sbagliate ad uno stesso quesito, subisce più volte la penalizzazione di 10 punti. La penalizzazione non viene assegnata se una squadra consegna una risposta sbagliata ad un problema al quale ha precedentemente fornito la risposta corretta e non si perde il punteggio positivo guadagnato in precedenza.

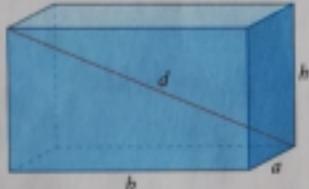
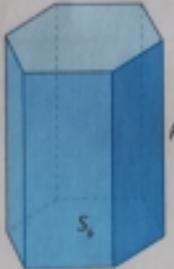
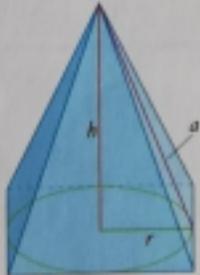
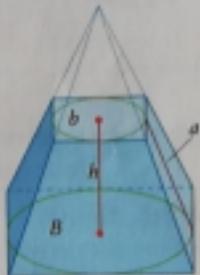
1. (20 points) La Ville Lumière è la grande piramide del Louvre di Parigi. Essa ha la forma di una piramide retta a base quadrata, con spigolo di base lungo 35 m e altezza 21,6 m. La struttura è di acciaio e vetro. Calcola l'area della superficie delle sue vetrate.
2. (25 points) Mario vuole tinteggiare la cameretta di suo figlio, che ha i lati di 4 m e il soffitto di altezza 2,7 m. Ha inoltre una porta di 80 cm per 2 m e una finestra quadrata di lato 1,5 m. Se l'imbianchino chiede 4 euro al  $m^2$ , quanto spenderà Mario?
3. (30 points) Una boccia da bowling è una sfera di massa 7 kg e avente densità di  $1,75 \text{ kg/dm}^3$ . Ha tre fori per le dita che occupano un volume totale di circa  $0,2 \text{ dm}^3$ . Calcola la lunghezza del diametro della boccia in decimetri.
4. (40 points) Stefano ha comprato un gelato composto da un cono di altezza 10 cm e diametro 4 cm totalmente riempito e da due palline di gelato alla frutta che possiamo pensare come sfere di raggio  $r = 2,5 \text{ cm}$ .
  - (a) Quanto dovrebbe essere alta una coppetta cilindrica di diametro 6 cm se Stefano volesse trasferirvi tutto il gelato?
  - (b) Quanta carta occorre per avvolgere il cono per evitare di sporcarsi? E per avvolgere la coppetta?
  - (c) Se il gelato ha densità di  $2 \text{ g/cm}^3$  e viene venduto a 20 euro al kg, quale sarà il prezzo finale?

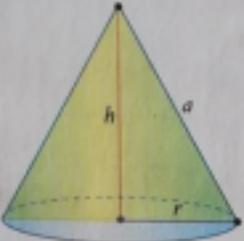
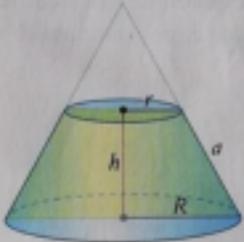
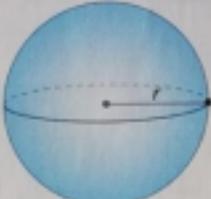
5. (40 points) Alcuni cioccolatini possono essere modellizzati come tronchi di cono con diametri di base di 2, 4 cm e 1, 8 cm e altezza congruente al diametro della base minore. Al loro interno c'è una cavità ripiena di caffè a forma di cilindro con raggio di base 0, 6 cm e altezza congruente alla metà dell'altezza del cioccolatino.

(a) Determina la massima quantità di caffè, in millilitri, che può essere contenuta in un cioccolatino (b) La densità del cioccolato è  $1,1 \text{ g/cm}^3$ . Quanti grammi di cioccolata contiene un cioccolatino?

(c) Determina infine qual è la minima quantità di carta necessaria ad incartare uno di questi cioccolatini.

### FORMULARIO di GEOMETRIA SOLIDA

Solido	Figura	Area della superficie	Volume
Parallelepipedo rettangolo		$S_l = 2(a + b) \cdot h$ $S_t = 2ab + 2(a + b)h$  Nota $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$	$V = abh$
Prisma retto		$S_l = 2ph$ $S_t = S_l + 2S_b$  essendo: 2p il perimetro di base h l'altezza S_b l'area di base	$V = S_b \cdot h$
Piramide retta		$S_l = pa$ $S_t = S_l + S_b$  essendo: p il semiperimetro di base a l'apotema e S_b l'area di base	$V = \frac{1}{3} S_b \cdot h$
Tronco di piramide retta		$S_l = (p + p')a$ $S_t = S_l + B + b$  essendo: p e p' i semiperimetri delle basi a l'apotema B e b le aree delle due basi del tronco	$V = \frac{1}{3} h(B + b + \sqrt{Bb})$

Solido	Figura	Area della superficie	Volume
Cilindro		$S_l = 2\pi rh$ $S_t = 2\pi rh + 2\pi r^2$	$V = \pi r^2 h$
Cono		$S_l = \pi r a$ $S_t = \pi r a + \pi r^2$	$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
Tronco di cono		$S_l = \pi(R+r)a$ $S_t = \pi(r+R)a + \pi(r^2 + R^2)$	$V = \frac{1}{3} \pi h(r^2 + R^2 + rR)$
Sfera		$S = 4\pi r^2$	$V = \frac{4}{3} \pi r^3$